

# Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas  
Postgrado en Ciencias Matemáticas

PROCESOS DE DECISIÓN DE MARKOV  
DESCONTADOS: VERSIONES GENERALES DE LA  
ECUACIÓN DE EULER Y SU APLICACIÓN EN EL  
CRECIMIENTO ECONÓMICO ESTABLE

TESIS

que para obtener el grado de  
DOCTOR EN CIENCIAS MATEMÁTICAS

Presenta:  
GABRIEL ZACARÍAS ESPINOZA

Director de Tesis:  
Dr. Hugo Adán Cruz Suárez  
Dr. José Raúl Montes de Oca Machorro

Puebla, Pue.

Noviembre 2012

# Agradecimientos

Especialmente a mis asesores, los Doctores Hugo Cruz Suárez y J. Raúl Montes de Oca Machorro, por brindarme su amistad, comprensión, confianza y sobre todo sus enseñanzas. Gracias por ayudarme a dar este importante logro en mi vida.

A mis hermanos Jorge y Antonio por estar siempre a mi lado.

A mis suegros, comadres, cuñadas y sobrinos por hacer más grande y cálida a la familia, gracias por su gran apoyo, comprensión y confianza.

Al comité revisor integrado por: Dra. Hortensia J. Reyes Cervantes, Dra. Rosa María Flores Hernández, Dr. Rolando Cavazos Cadena, Dr. Víctor Hugo Vázquez Guevara, Dr. Miguel Antonio Jiménez Pozo, Dr. Enrique Lemus Rodríguez, Dr. Daniel Cruz Suárez, Dr. Bulmaro Juárez Hernández y Dr. Francisco Solano Tajonar Sanabria. Gracias a todos ustedes por sus grandes comentarios, sugerencias y observaciones, los cuales han mejorado y enriquecido este trabajo.

A mis compañeros y amigos, por todo su apoyo, confianza.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico otorgado para la realización de mi doctorado.

# ÍNDICE GENERAL

<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>I</b>
<b>1. PROCESOS DE DECISIÓN DE MARKOV</b>	<b>1</b>
1.1. Procesos de Decisión de Markov Descontados . . . . .	2
1.2. Programación Dinámica . . . . .	5
1.2.1. Espacios de Funciones . . . . .	6
1.2.2. Condiciones que Validan la Ecuación de Optimalidad .	7
<b>2. VERSIONES DE LA ECUACIÓN DE EULER</b>	<b>11</b>
2.1. Preliminares . . . . .	13
2.2. Diferenciabilidad y una Fórmula de la Envolvente en PDM .	17
2.3. La Ecuación de Euler en PDM's . . . . .	25
2.3.1. La Ecuación de Euler en las Funciones de Iteración de Valores . . . . .	25
2.3.2. Una Caracterización de la Política Óptima . . . . .	27
2.4. Un Problema Lineal Cuadrático Vectorial . . . . .	32
2.4.1. Planteamiento del Problema LC . . . . .	32
<b>3. UN PROBLEMA DE CONSUMO INVERSIÓN</b>	<b>37</b>
3.1. Datos Históricos . . . . .	37
3.2. Planteamiento . . . . .	38
3.2.1. Observaciones sobre el PCI . . . . .	40
3.3. Análisis Vía la Ecuación de Euler . . . . .	41
3.4. Ejemplos . . . . .	46
3.4.1. Utilidad Logarítmica . . . . .	46
3.4.2. Utilidad Exponencial . . . . .	50
<b>4. ESTABILIDAD PARA EL PCI</b>	<b>55</b>
4.1. Estabilidad en Procesos de Markov . . . . .	56
4.2. Estabilidad para el PCI . . . . .	58

**5. CONCLUSIONES Y PROBLEMAS ABIERTOS . . . . . 67**  
 5.1. Conclusiones . . . . . 67  
 5.2. Problemas Abiertos . . . . . 69

**Bibliografía . . . . . 71**

**ÍNDICE GENERAL**

**1. INTRODUCCIÓN**

1.1. Motivación y Justificación . . . . . 11  
 1.2. Objetivos . . . . . 12  
 1.3. Metodología . . . . . 13  
 1.4. Organización del Documento . . . . . 14

**2. VERIFICACIÓN DE LA EXISTENCIA DE LA RAZA**

2.1. Problemas de la Raza . . . . . 15  
 2.2. Determinación y delimitación de la Raza . . . . . 16  
 2.3. La Raza en el Perú . . . . . 17  
 2.4. La Raza en el Perú en la Época de la Independencia . . . . . 18  
 2.5. La Raza en el Perú en la Época del Imperio . . . . . 19  
 2.6. La Raza en el Perú en la Época de la República . . . . . 20  
 2.7. La Raza en el Perú en la Época de la Tercera República . . . . . 21  
 2.8. La Raza en el Perú en la Época de la Tercera República . . . . . 22  
 2.9. La Raza en el Perú en la Época de la Tercera República . . . . . 23  
 2.10. La Raza en el Perú en la Época de la Tercera República . . . . . 24  
 2.11. La Raza en el Perú en la Época de la Tercera República . . . . . 25

**3. UN PROBLEMA DE CONSUMO INVERSIÓN**

3.1. Datos Históricos . . . . . 26  
 3.2. Plasmación . . . . . 27  
 3.3. Observaciones sobre el PCI . . . . . 28  
 3.4. Análisis de la Raza en la Época de la Tercera República . . . . . 29  
 3.5. Ejemplos . . . . . 30  
 3.6. Unidad Ejecutiva . . . . . 31  
 3.7. Unidad Ejecutiva . . . . . 32

**4. ESTABILIDAD PARA EL PCI**

4.1. Estabilidad en Procesos de Migración . . . . . 33  
 4.2. Estabilidad para el PCI . . . . . 34